Non-linearita’ e Musica

Alessandra Andreoni

Oscillazioni ed Onde

↓

Teoria dei Sistemi Lineari

↓

Apoteosi dell'Analisi di Fourier

Ottica Non-lineare

↓

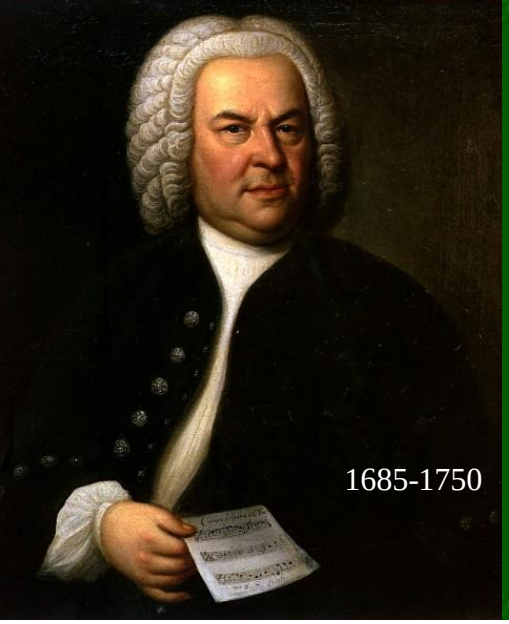
Analisi di Fourier di Limitata Applicabilita'

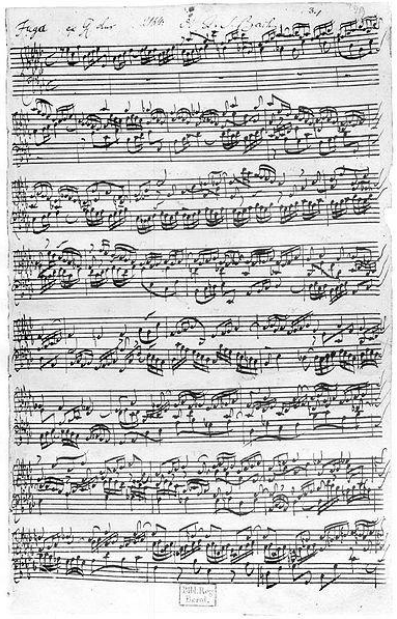
Non-linearita' e Musica

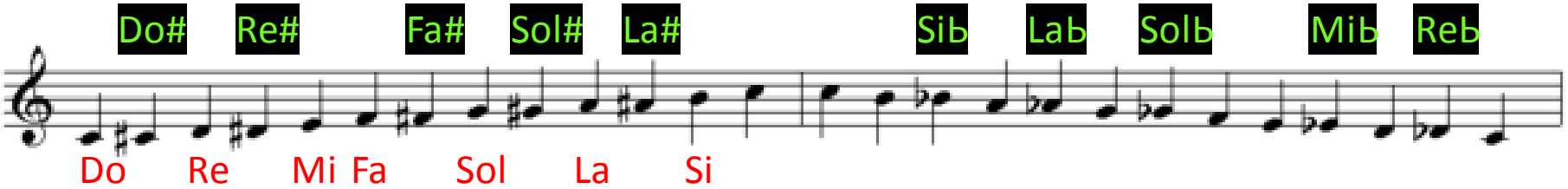
Studiamo la non-linearita' in un ambito (musica) in cui la fenomenologia lineare predomina.

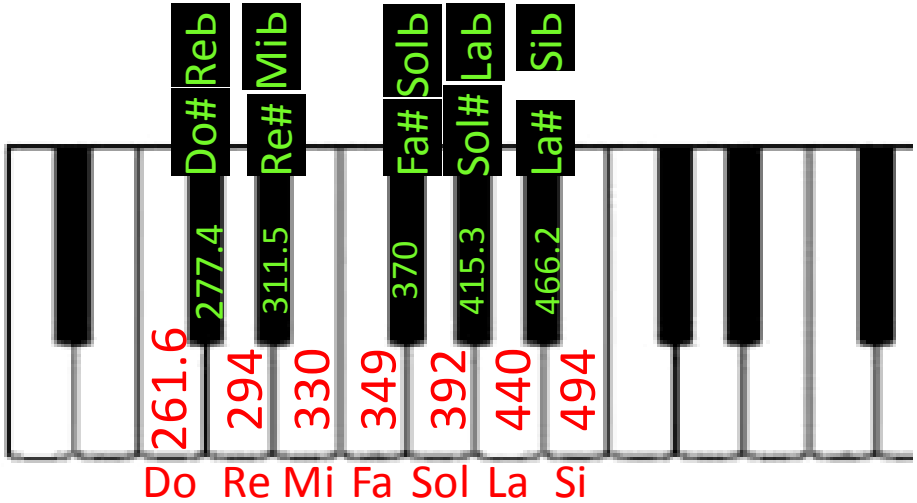
L’orecchio percepisce i suoni tramite le variazioni periodiche della pressione dell’aria sul timpano e ne stabilisce l’altezza (nota musicale) in base alla frequenza , $f = 1/T_1$

Valori delle frequenze f, in Hz, associati alle diverse note, Do, Do#, Re, ecc.









ISO 16: 1975

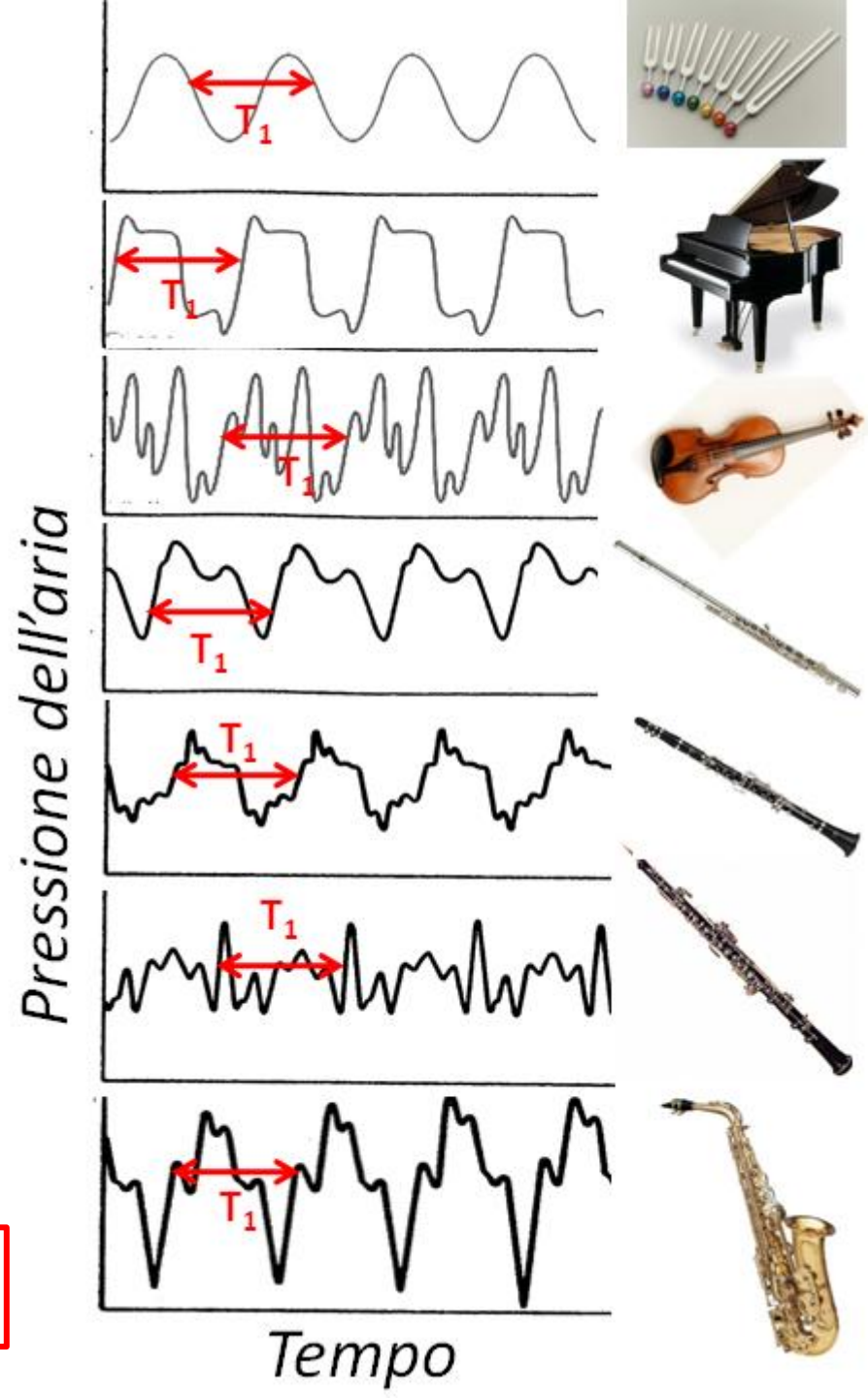
Frequenze f, in Hz ,

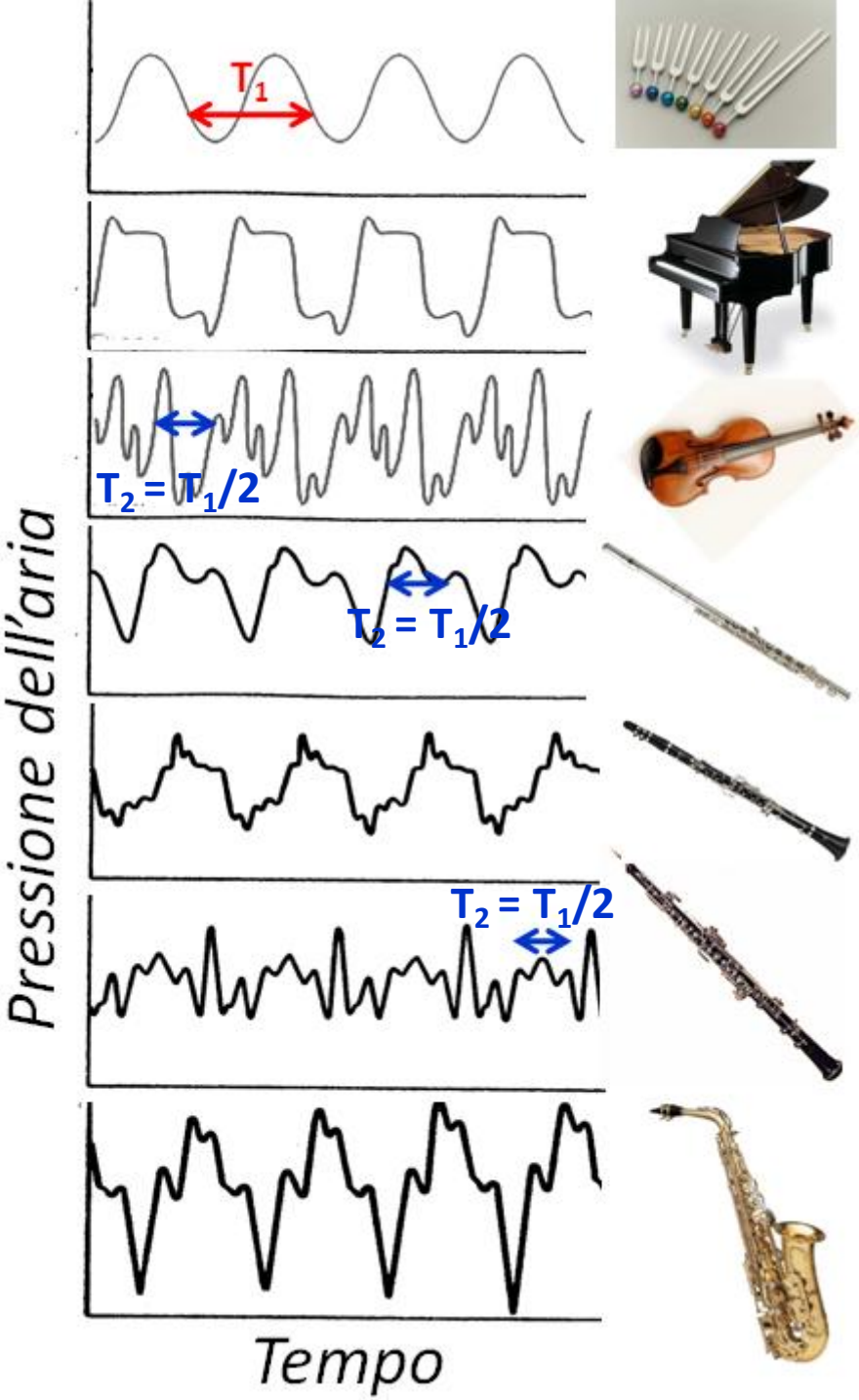
“associate” alle NOTE

Frequenza f della variazione periodica della pressione dell'aria sul timpano

Es. f_1= 261.6 Hz, che l'udito associa alla nota Do centrale

$f = 1/T_1$





$$f = 1/T_1$$

Le sottostrutture temporali rivelano la presenza di oscillazioni armoniche con periodi sottomultipli interi di T_1 che ogni strumento inevitabilmente emette

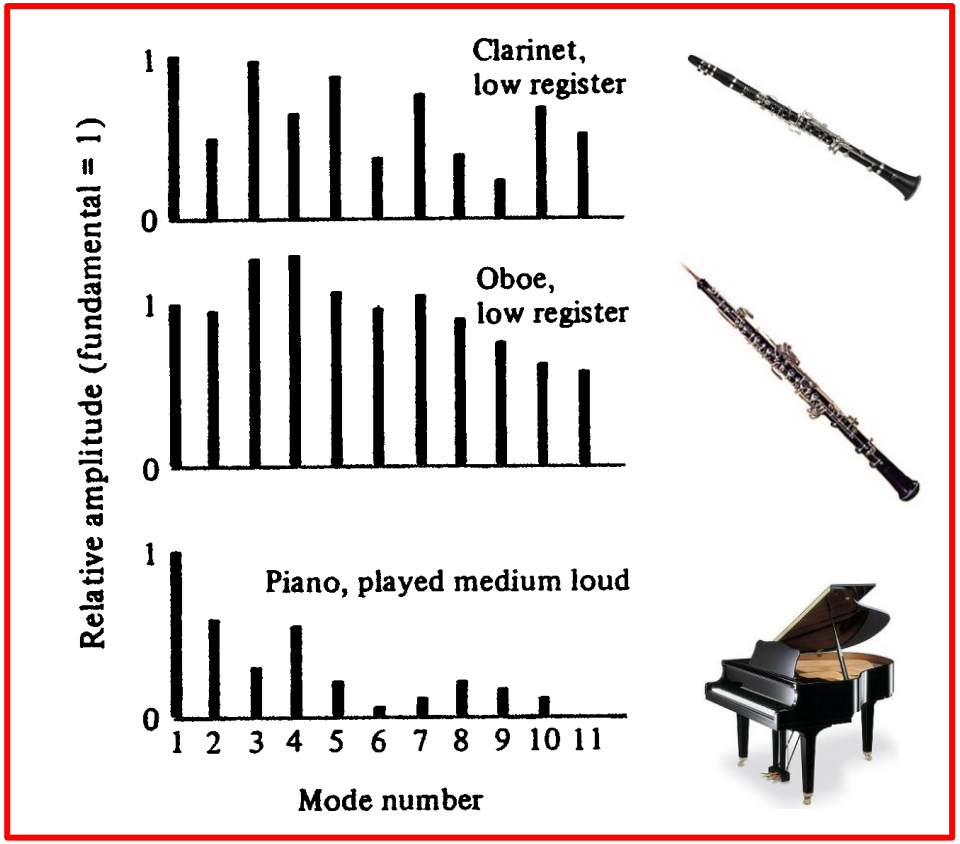
Es.: $T_2 = T_1/2$

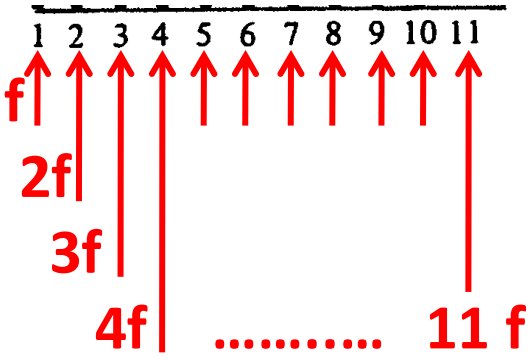
Frequenze dei modi di oscillazione armonici:

Fondamentale	**$f = 1/T_1$**
Seconda Armonica	**2f**
Terza Armonica	**3f**
ecc.	

La composizione in modi armonici di un suono ne determina il timbro

Ampiezze dei modi armonici
SPETTRO

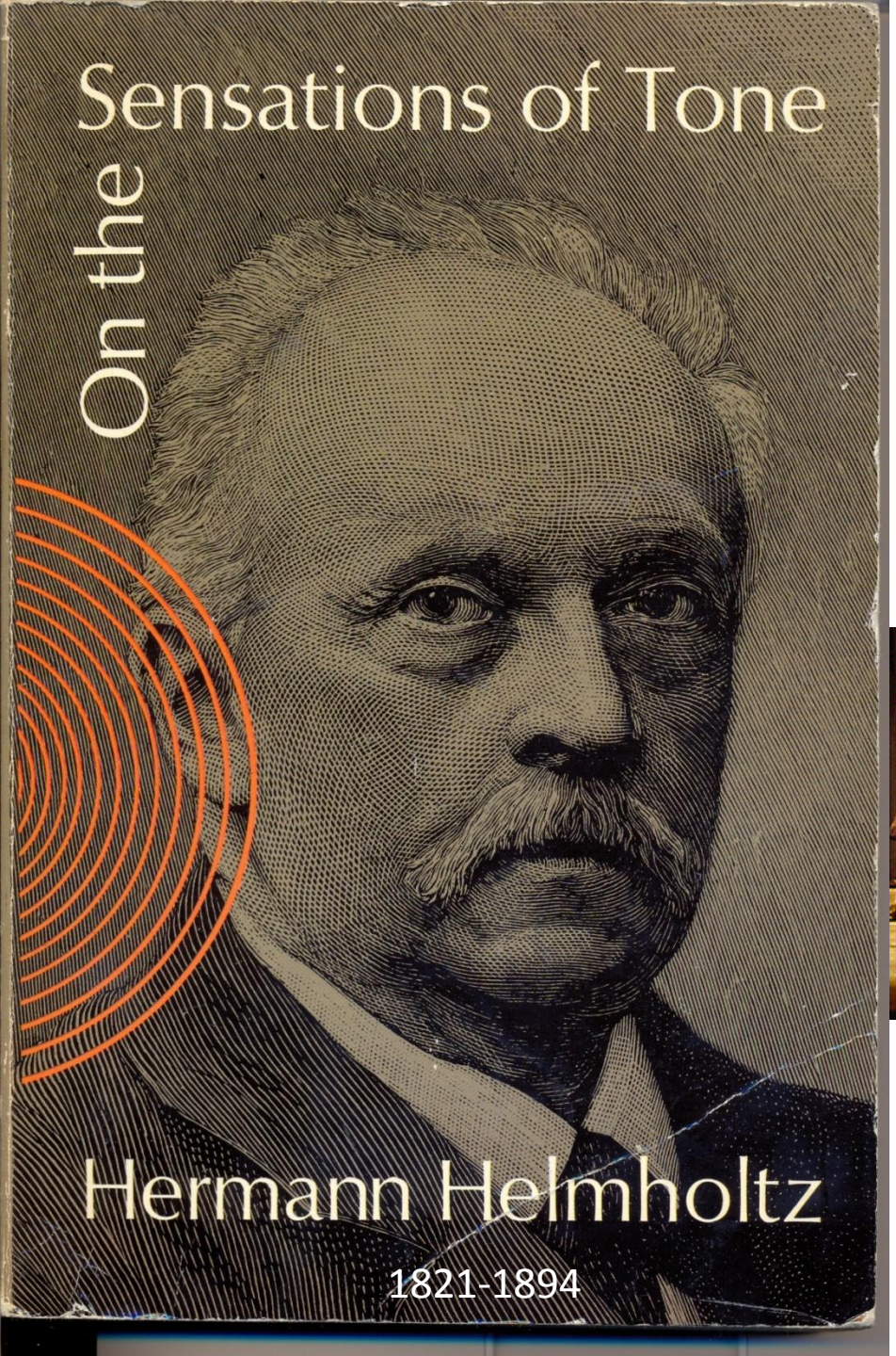




L'uomo percepisce bene gli armonici con frequenze tra 20 Hz e 20 kHz

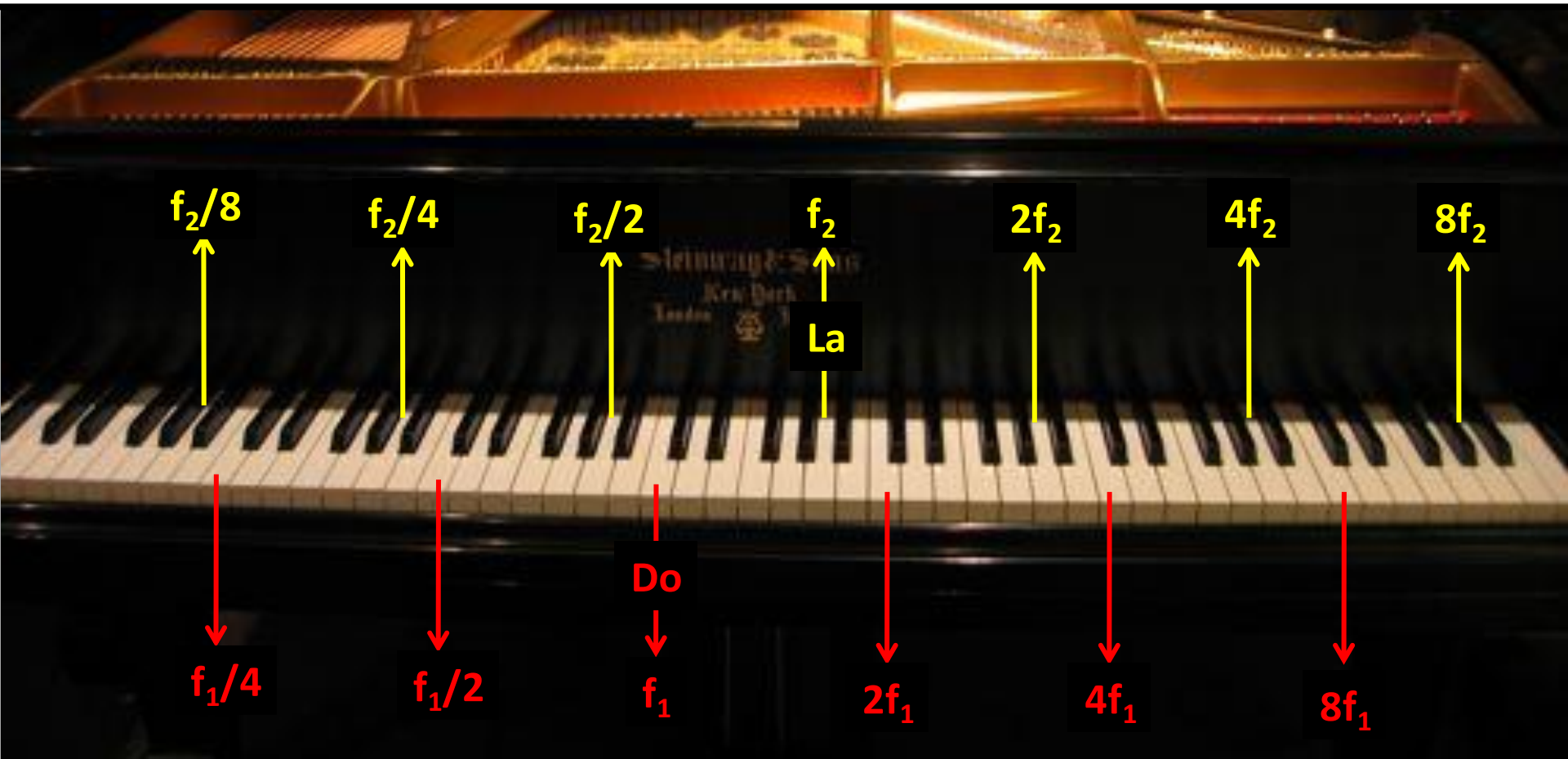
→ riconosce quale strumento ha suonato una nota

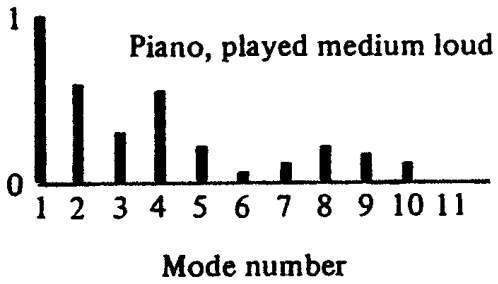
→ riconosce la voce di una persona


On the Sensations of Tone
Hermann Helmholtz
1821-1894

YAMAHA
WE PROMOTE
ELECTRONIC MUSIC

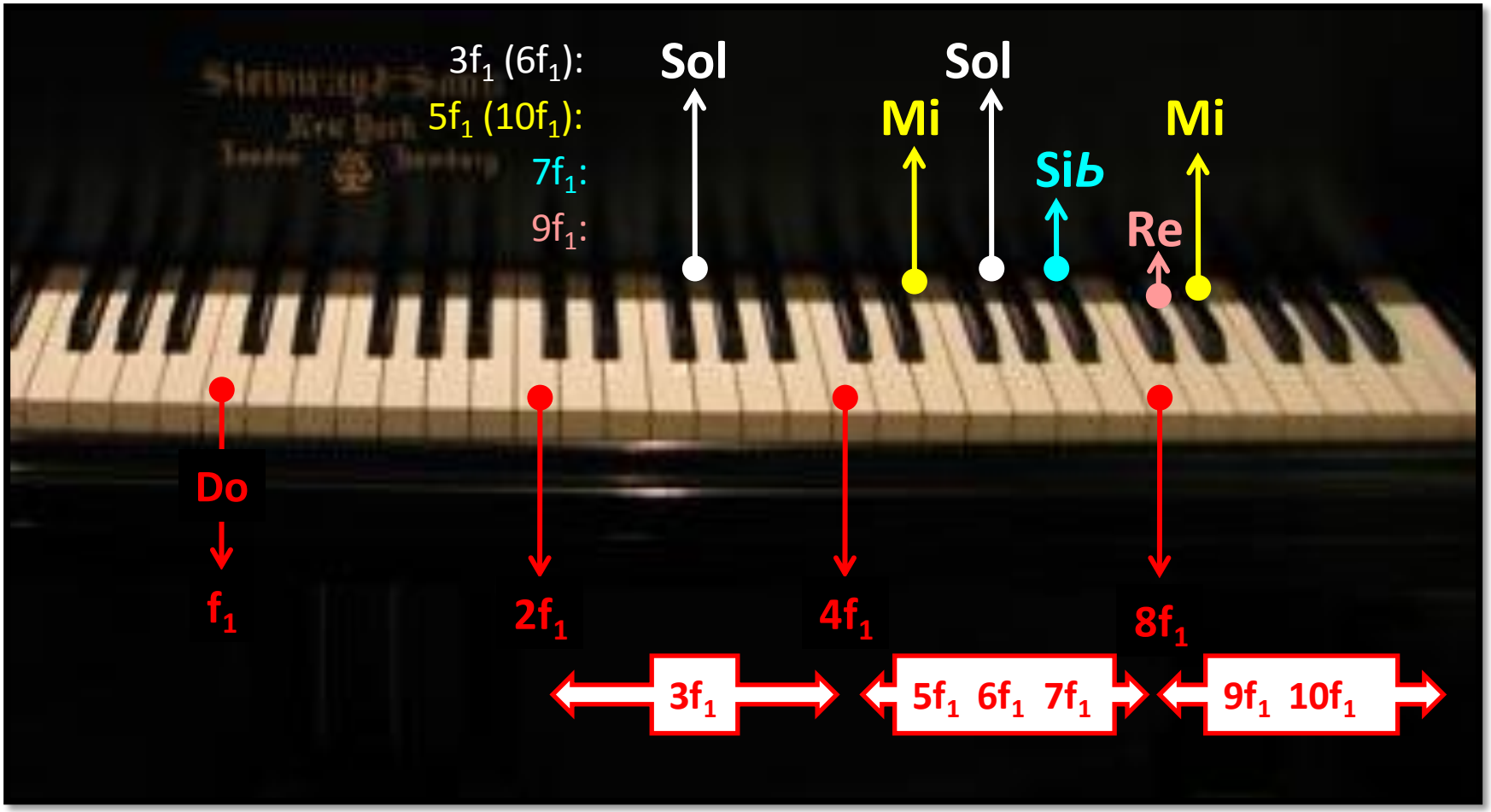
L'orecchio, che attribuisce una frequenza fondamentale f_1 ad una nota, attribuisce la frequenza $2\ f_1$ alla stessa nota all'ottava superiore. Questo vale per qualunque frequenza fondamentale f_1, f_2, ... ovvero per qualunque nota

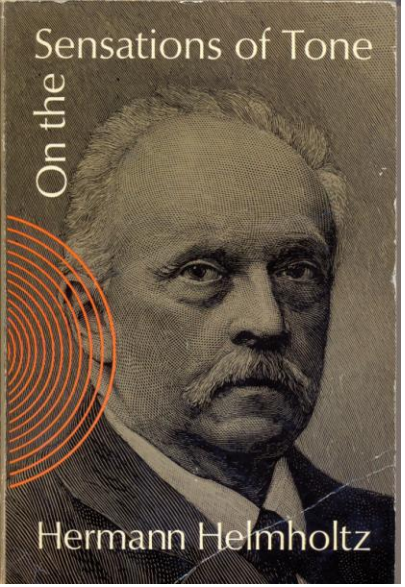




DOMANDA: Le frequenze $3f_1$, $5f_1$, $6f_1$, $7f_1$, $9f_1$, $10f_1$, degli altri modi armonici a che note corrispondono?

RISPOSTA: ISO 16 (1975)



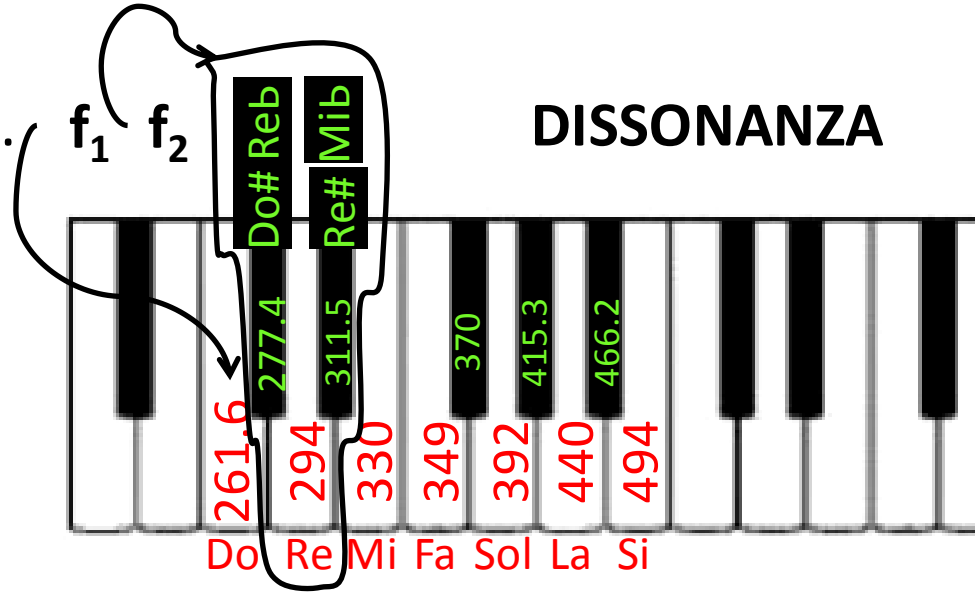


CONSONANZA e DISSONANZA di (due) NOTE

Helmholtz: basi fisiche, fisiologiche e psicologiche dell'armonia musicale

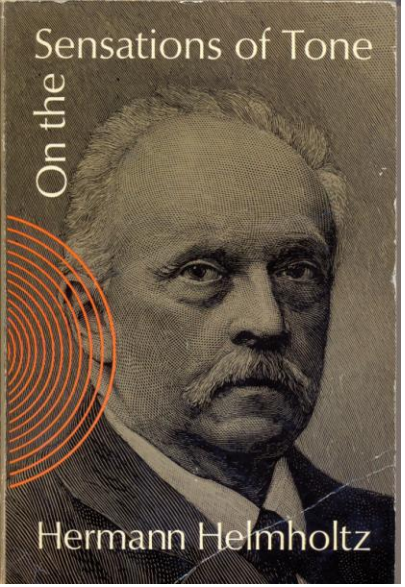
Frequenze fondamentali, f_1 ed f_2.

- $f_2 - f_1 < 6$Hz es. Stessa nota su due strumenti scordati **BATTIMENTO**
- $f_2/f_1 < 1.2$ es. **f_1 f_2** **DISSONANZA**
(intervallo inferiore alla terza minore)



Osservazione

Dissonanza anche se ad essere in un rapporto <1.2 sono le frequenze di due componenti armoniche delle due note.

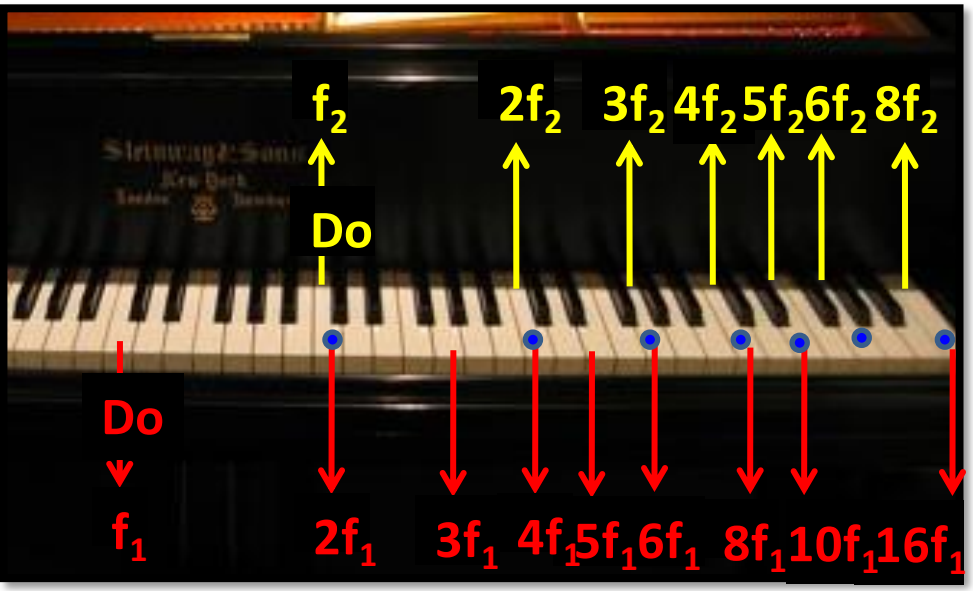


Frequenze fondamentali, f_1 ed f_2.

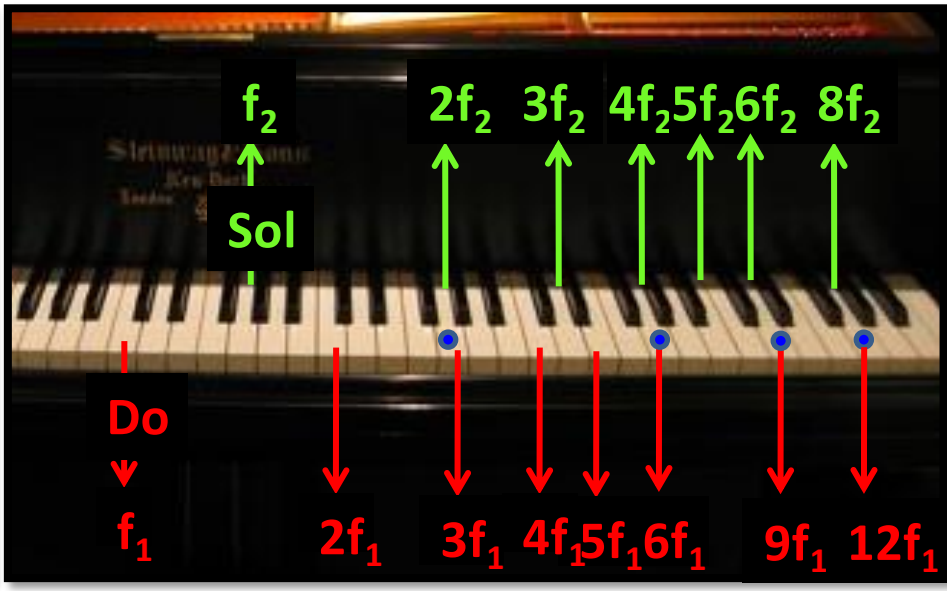
CONSONANZA

- Si riscontra quando armonici delle due note hanno uguale frequenza

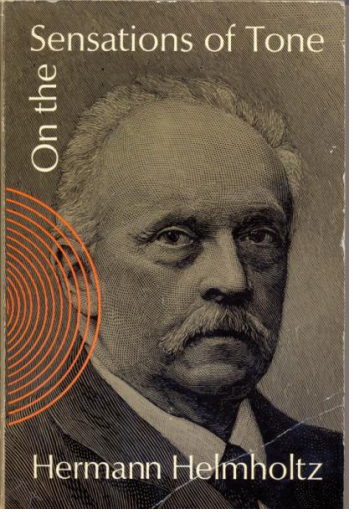
MASSIMA CONSONANZA per note all'intervallo di OTTAVA ($f_2 = 2f_1$)



BUONA CONSONANZA per note all'intervallo di QUINTA ($f_2 = 3/2f_1$)



Due note all'intervallo di quinta sono piu' dissonanti perche' le coppie di armonici con frequenze $nf_2/mf_1 < 1.2$ sono di piu' che per l'intervallo di ottava.



BASI FISIOLOGICHE dell'ARMONIA

- **percezione delle armoniche "udibili"**
- **capacita' di sintetizzare frequenze ↔ non-linearita'**

$X(t)$ input sonoro

$Y(t)$ risposta finale del sistema uditivo

RISPOSTA LINEARE: $Y = aX$

RISPOSTA NON-LINEARE: $Y = aX + bX^2 + cX^3 + \ldots.$

$(a, b, c:$ costanti, es. sensibilita', o guadagno per un amplificatore$)$

Singola frequenza

$$\begin{cases} X(t) = \sin(2\pi ft) \\ Y(t) = a\sin(2\pi ft) + b\sin^2(2\pi ft) \end{cases}$$

$$\text{LIN, } b = 0 \;\rightarrow\; Y(t) = a\sin(2\pi ft) \rightarrow\; Y(t) \text{ solo frequenza } f$$

$$\text{NON-LIN } \left(2^{\text{o}}\text{ordine}\right) \rightarrow\; Y(t) = b\sin^2(2\pi ft) = \frac{b}{2}\left\{1 - \cos\left[2\pi\left(2f\right)t\right]\right\}$$

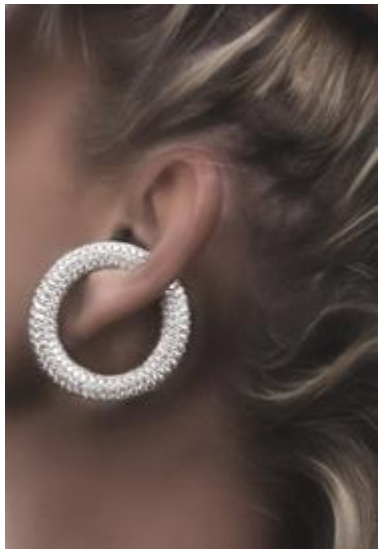
La risposta *Y(t)* contiene anche la seconda armonica di qualunque frequenza *f* dello spettro dello stimolo *X(t)*

Due frequenze

$$\begin{cases} X(t) = \sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t) \\ Y(t) = a\sin(2\pi f_1 t) + a\sin(2\pi f_2 t) & \text{LIN, } f_1 \text{ ed } f_2 \\ \qquad + b\sin^2(2\pi f_1 t) + b\sin^2(2\pi f_2 t) & \text{NON-LIN, } 2f_1 \text{ e } 2f_2 \\ \qquad + 2b\sin(2\pi f_1 t)\sin(2\pi f_2 t) \quad \rightarrow & \text{NON-LIN, nuovo} \end{cases}$$

$$\rightarrow \; b\cos\left[2\pi(f_1 - f_2)t\right] - b\cos\left[2\pi(f_1 + f_2)t\right]$$

La risposta *Y(t)* contiene, oltre alle seconde armoniche $2f_1$ e $2f_2$, anche componenti alla frequenza somma $f_1 + f_2$ ed alla frequenza differenza $f_1 - f_2$.

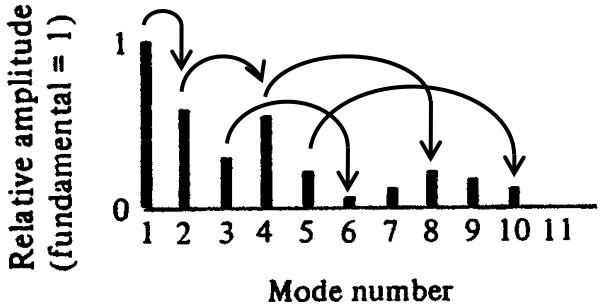


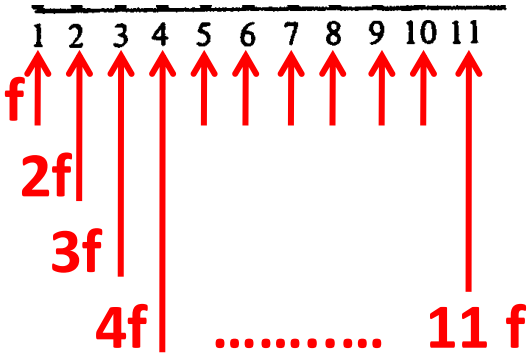
CON LA SINTESI DELLE ARMONICHE AURALI, DOVUTE ALLA NON-LINEARITA' DELLA SUA RISPOSTA, L'ORECCHIO AGISCE SUL TIMBRO CON CUI PERCEPIAMO UNA NOTA EMESSA DA UNO STRUMENTO.

NELLA RIPRODUZIONE DELLA MUSICA SI DEVE PRETENDERE ASSOLUTA LINEARITA'.

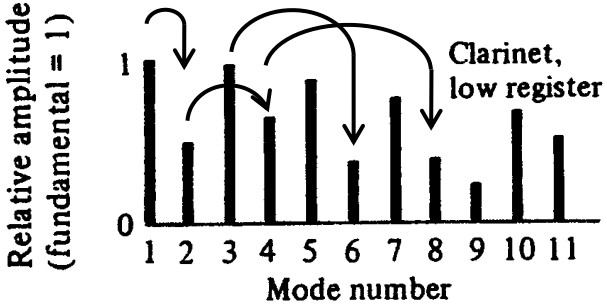
SINTESI DELLE SECONDE ARMONICHE AURALI
Intensificazione delle armoniche pari

Timbro piu' "stridulo"





Timbro piu' "armonioso"

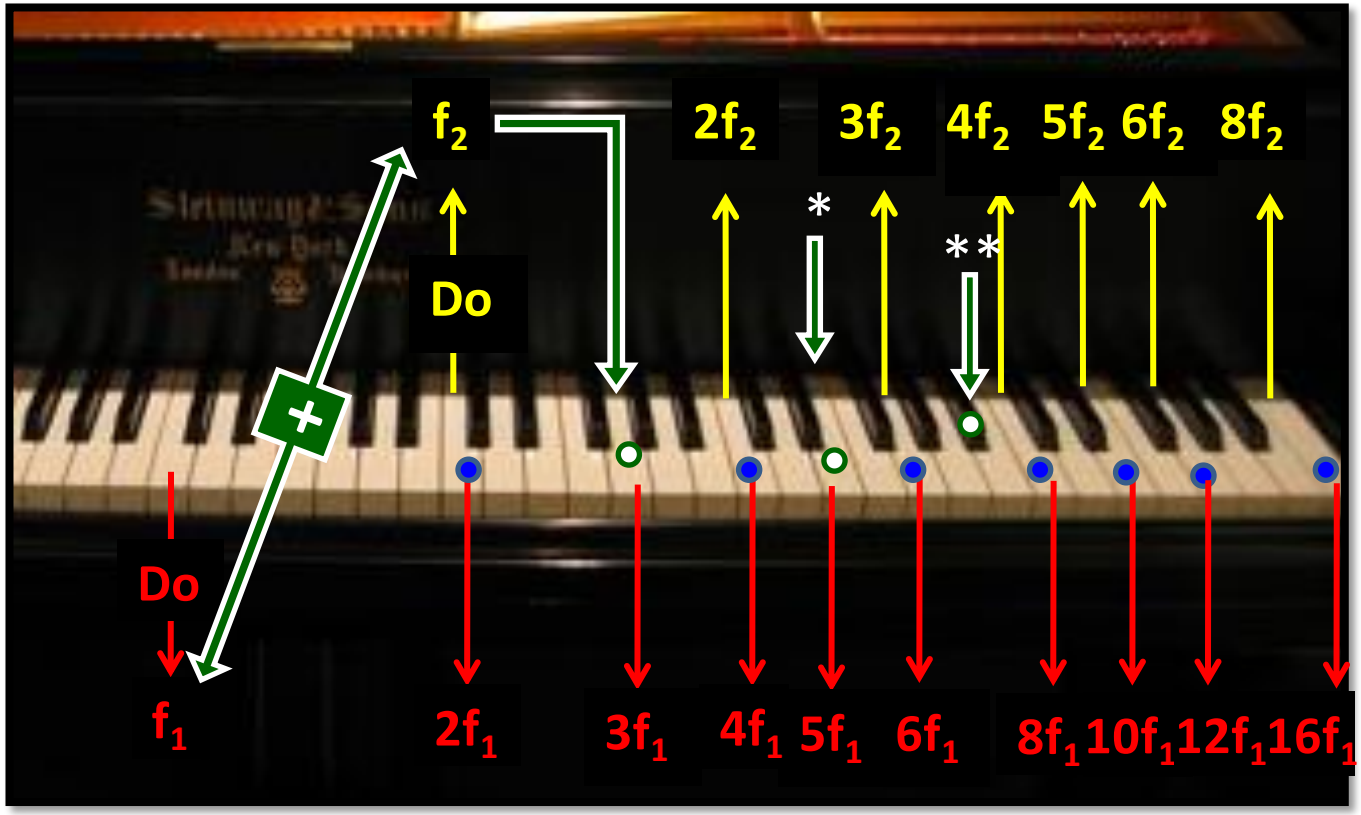


SINTESI DELLE SOMME DI FREQUENZE
Intensificazione delle armoniche ad alta frequenza

Ogni singola nota acquista un timbro piu' "stridulo" ed "armonioso"

SINTESI DELLE SOMME DI FREQUENZE
Creazione di armoniche consonanti in risposta a due note ad un intervallo

Due note all'INTERVALLO di OTTAVA: $f_2 = 2f_1$
Massima consonanza (vedi ●)



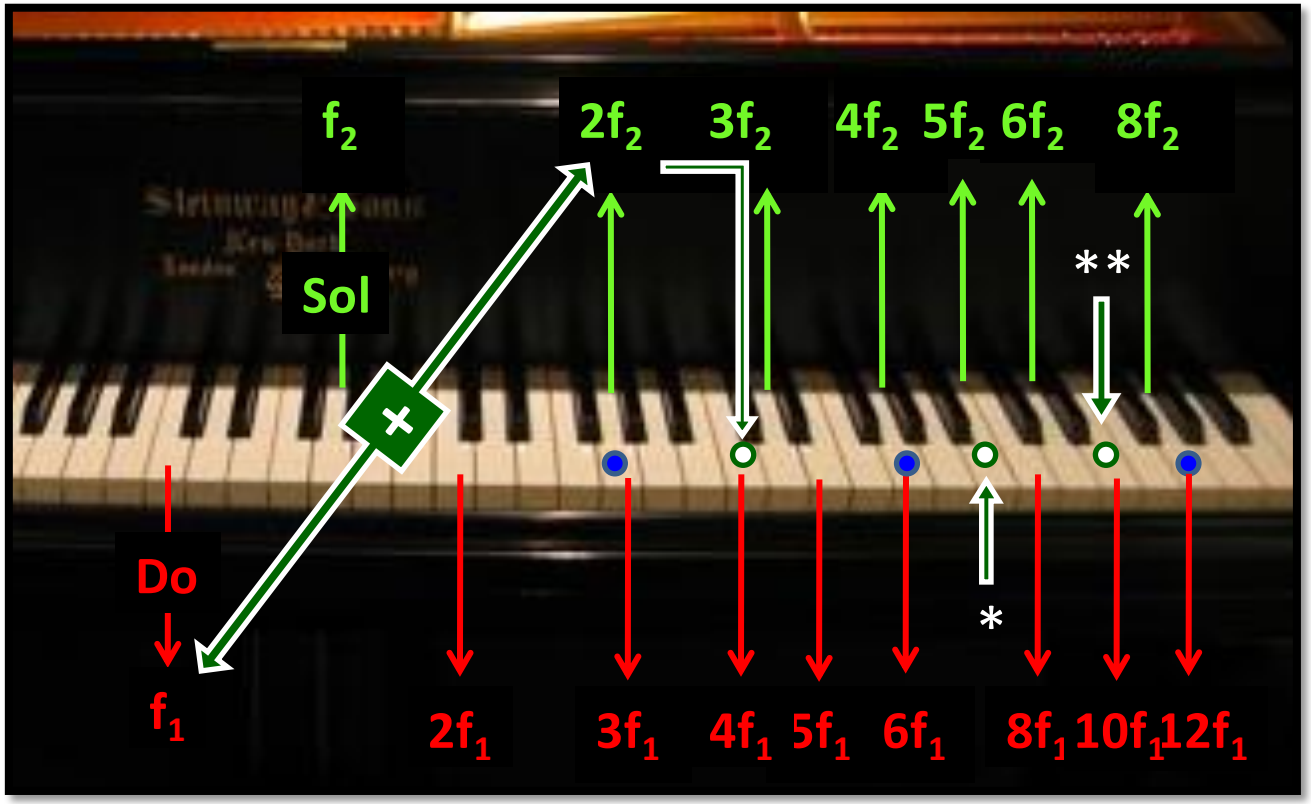
$3f_1 = f_1 + f_2$

* $5f_1 = 3f_1 + f_2 = f_1 + 2f_2$

** $7f_1 = 5f_1 + f_2 = 3f_1 + 2f_2 = f_1 + 4f_2$

SINTESI DELLE SOMME DI FREQUENZE
Creazione di armoniche consonanti in risposta a due note ad un intervallo

Due note all'INTERVALLO di QUINTA: $f_2 = 3/2f_1$
Buona consonanza (vedi ●)



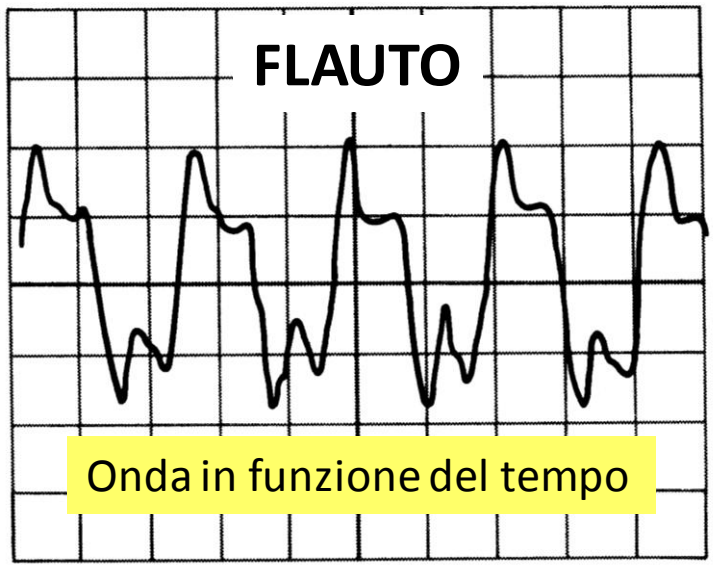
$4f_1 = 2f_2 + f_1$

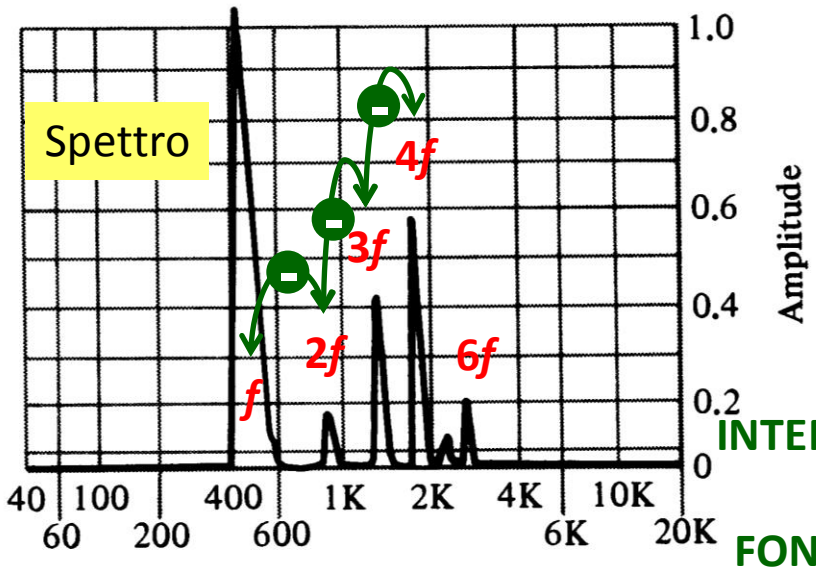
* $7f_1 = 4f_2 + f_1 = 2f_2 + 4f_1$

** $10f_1 = 6f_2 + f_1 = 4f_2 + 4f_1 = 2f_2 + 7f_1$

SINTESI DELLE DIFFERENZE DI FREQUENZE
Intensificazione delle armoniche a bassa frequenza

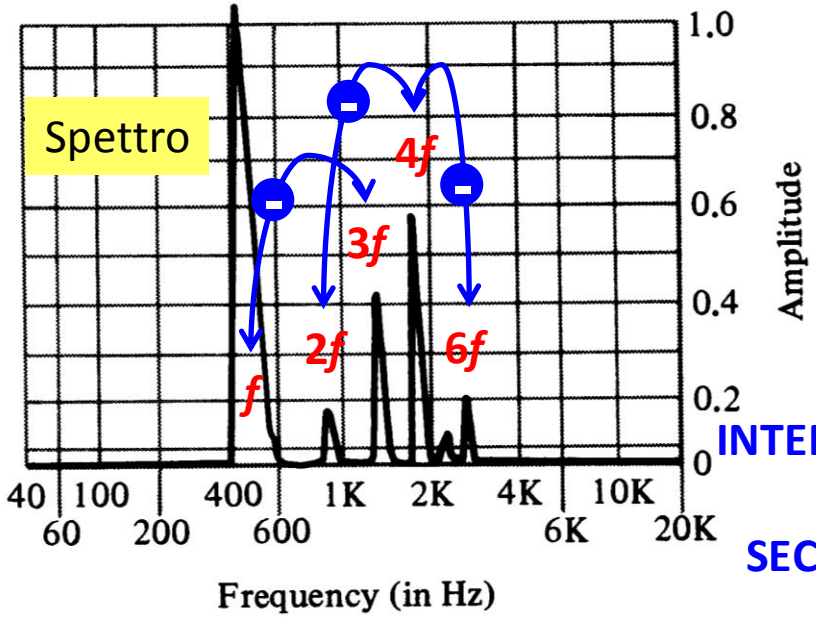
Timbro piu' "cupo" ad ogni singola nota
La: f = 440 Hz





$\Delta f = f$

INTENSIFICAZIONE DELLA FONDAMENTALE

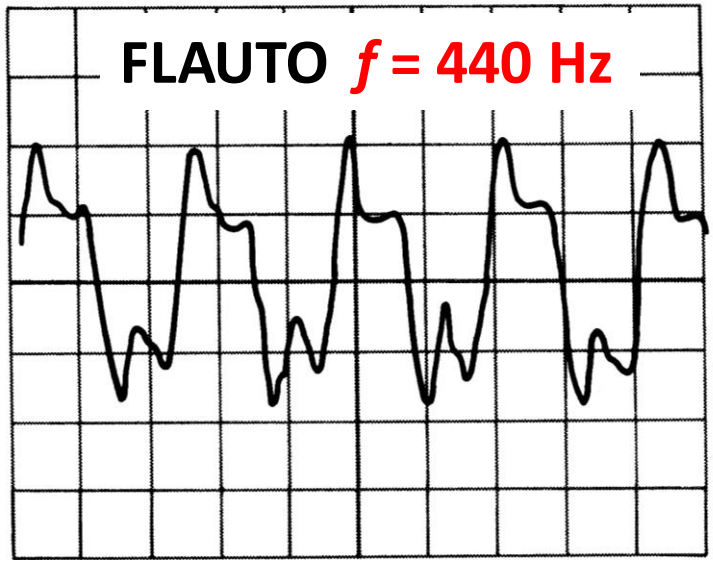


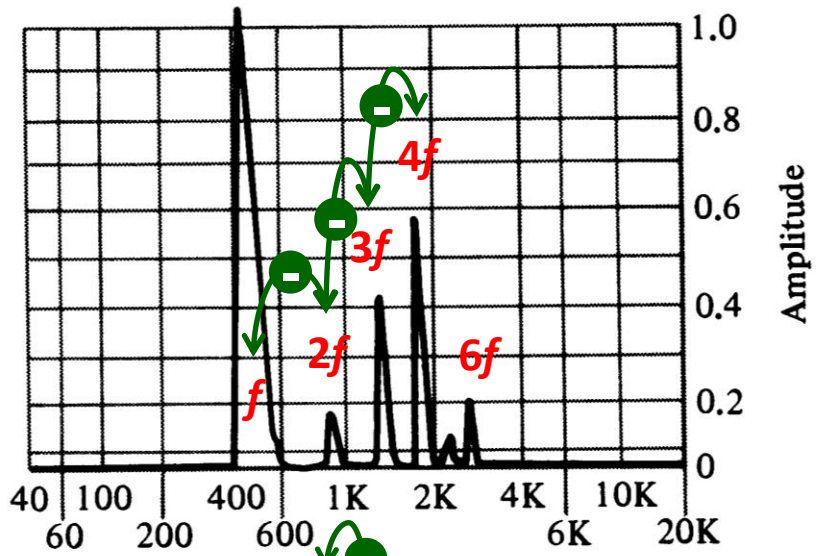
$\Delta f = 2f$

INTENSIFICAZIONE DELLA SECONDA ARM.

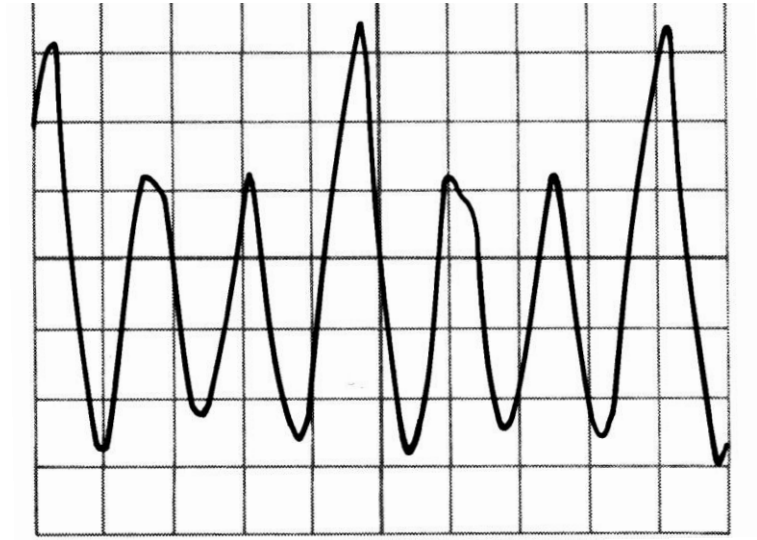
SINTESI DELLE DIFFERENZE DI FREQUENZE
Intensificazione della fondamentale, $\Delta f = f$

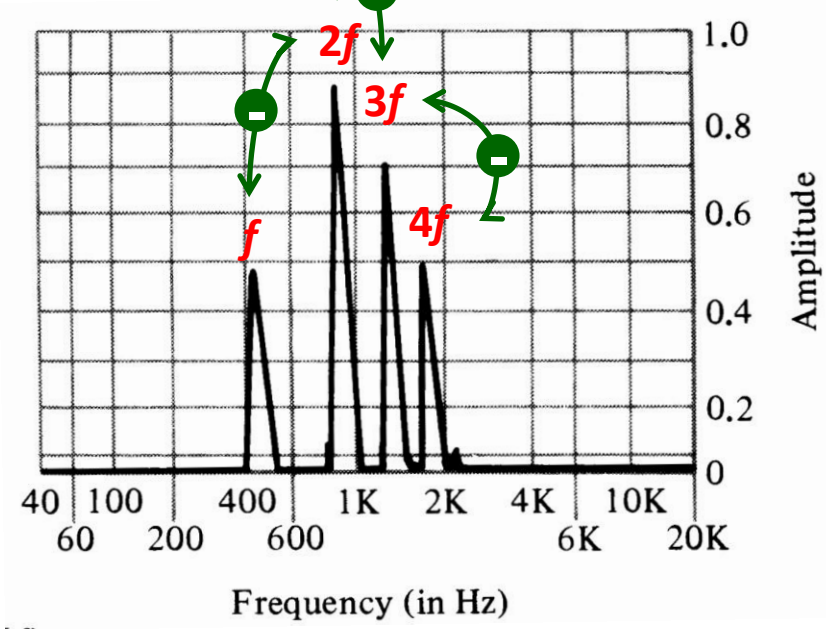
FLAUTO $f = 440$ Hz

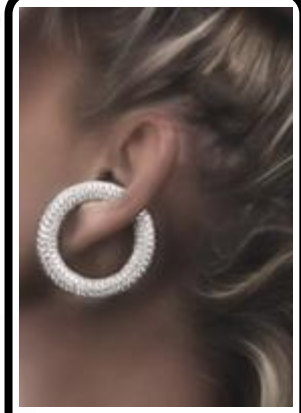




CONTRABBASSO $f = 440$ Hz

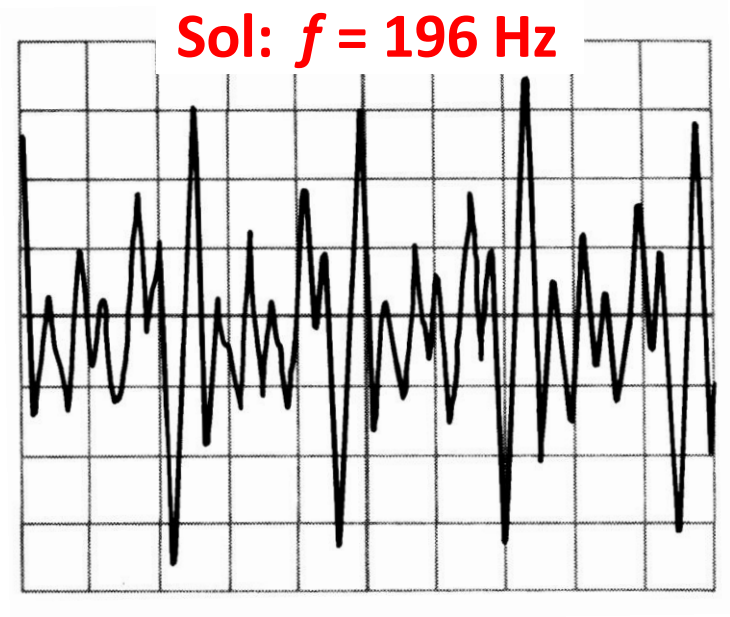


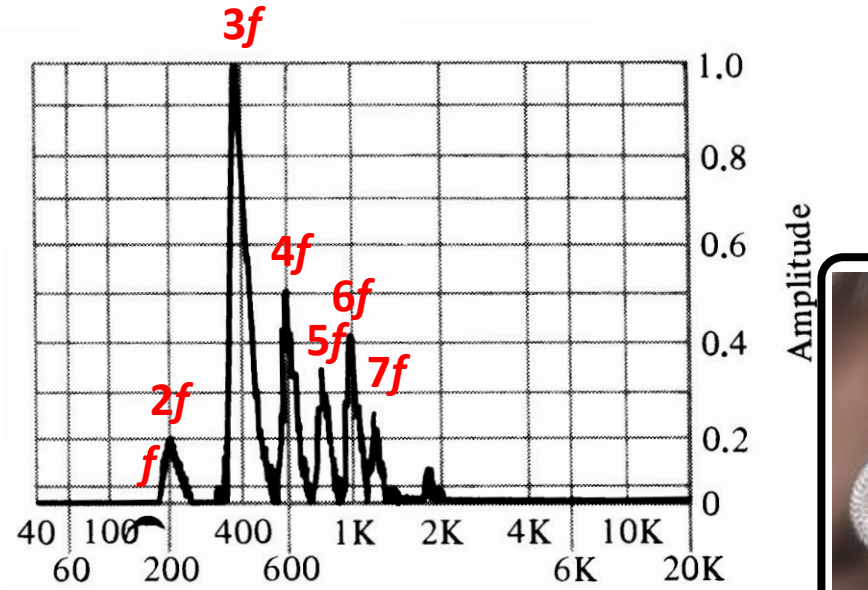


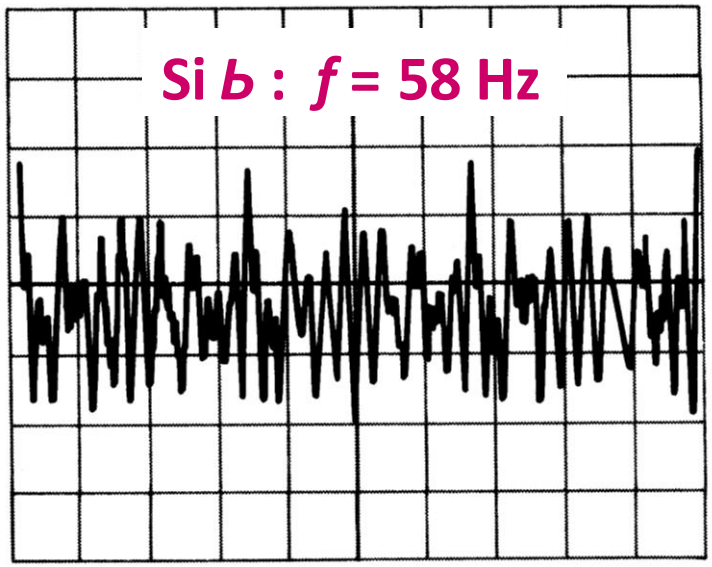


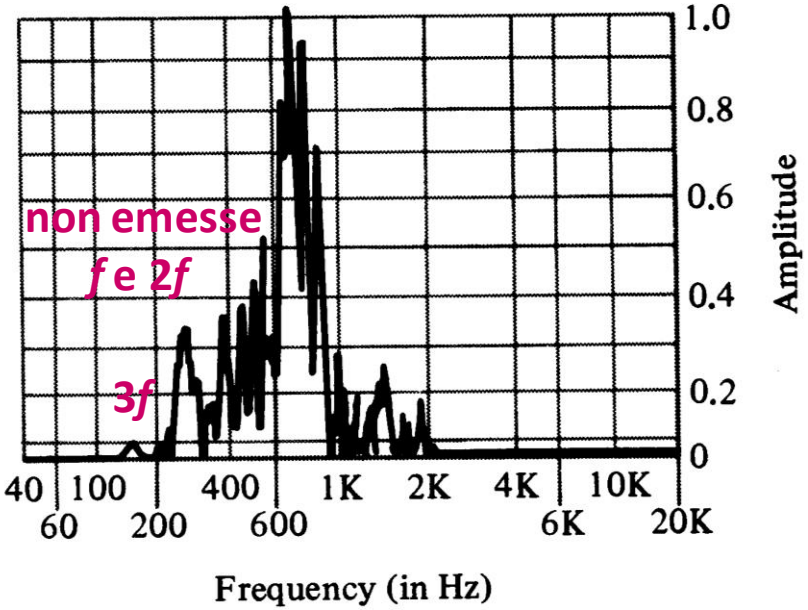
L'ORECCHIO "SENTE" LA FREQUENZA $f = 440$ Hz PERCHE' LA INTENSIFICA FINO A SUPERARE LE ARMONICHE

SINTESI DELLE DIFFERENZE DI FREQUENZE
Creazione della fondamentale nel caso-limite del CONTRABBASSO









L'ORECCHIO SINTETIZZA 58 e 106 Hz COME DIFFERENZE CON $\Delta f = f$ E $\Delta f = 2f$

Non-linearita’ e Musica

EFFETTO PRINCIPALE:
L’orecchio sintetizza armonici a bassa frequenza creandoli come differenze tra armonici ad alta frequenza, purche’ il timpano li riceva.

L’effetto aumenta con il numero e l’intensita’ degli armonici ad alta frequenza che l’orecchio riceve.

IMPIANTO Hi-Fi:

Deve produrre buona amplificazione delle frequenze alte per fornire all'orecchio armonici ad alta frequenza che siano potenti.

L'amplificatore deve garantire guadagno indipendente dalla frequenza su una banda quanto piu' ampia possibile affinche' l'orecchio, rimescolando gli spettri delle note, non provochi una percezione modificata del timbro degli strumenti.

L'orecchio non puo', ne' deve, generare le basse frequenze se un suono contiene solo queste componenti (es. uno scoppio, una porta che sbatte).

Gli amplificatori operano benissimo a pochi Hz, ma e' opportuno l'uso di un apposito altoparlante (sub-woofer) per un buon trasferimento all'aria.

UNIVERSITAS STUDIORUM INSUBRIAE
Grazie per l’attenzione